

Penentuan Tinggi Balok Melalui Aktifitas Membuat Balok Berbahan Duplex sebagai Pembelajaran Menentukan Akar-Akar Persamaan Polinom Derajat Tiga

Agung Prabowo^{1*}, Hanifah Nurrahmi², Parameswari Sang Galuh Kamulyan³

¹Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto, Jawa Tengah

^{2,3}SMA Laboratorium Percontohan, Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung, Jawa Barat

Corresponding author email: agung.prabowo@unsoed.ac.id*

Article History:

Received: 23 November 2023

Revised: 29 November 2023

Accepted: 01 Desember 2023

Keywords: matematika, persamaan, polinom, tiga dimensi, volume.

***Abstrak:** Bangun tiga dimensi yang memiliki dimensi panjang, lebar dan tinggi berbeda-beda disebut balok. Pembelajaran polinom berderajat tiga untuk mencari akar-akarnya dapat dilakukan dengan menggunakan media balok. Jika panjang, lebar dan tinggi balok merupakan fungsi dari suatu variabel, sebuah aktifitas merancang balok dari duplex dapat dibangun oleh siswa. Tujuan penelitian ini adalah menentukan tinggi balok melalui kegiatan merancang balok dari duplex sebagai ujicoba pembelajaran. Kegiatan merancang balok tersebut terdiri dari empat urutan aktifitas yaitu tahap formulasi, tahap penentuan solusi, tahap pembuatan balok dan tahap ujicoba. Hasil penelitian memberikan informasi bahwa melalui kegiatan ini siswa memperoleh wawasan matematika sebagai aktifitas nyata sehari-hari.*

PENDAHULUAN

Matematika adalah aktifitas manusia (Gravemeijer, Rainero, dan Vonk (1994) sehingga belajar matematika dapat dilalukan dengan proses menemukan berupa aktifitas atau kegiatan yang sifatnya real atau nyata. Bangun tiga dimensi memiliki bentuk nyata yang selanjutnya dapat diabstraksikan menjadi bangun ilustrasi. Berikut ini beberapa penelitian yang telah dilakukan pada siswa kelas V SD dan kelas VIII SMP.

Penelitian Purwatiningsi (2013) dilakukan pada siswa kelas VIII SMP menggunakan metode penemuan terbimbing untuk membelajarkan siswa menghitung volume balok. Metode penemuan terbimbing ini memberikan bantuan kepada para siswa untuk menemukan sendiri rumus volume balok dan dapat menggunakan rumus tersebut dengan benar. Pembelajaran dimulai dengan menghadapkan siswa pada masalah atau situasi yang tampaknya ganjil dan menantang untuk diselesaikan sehingga siswa terpacu untuk mencari jalan pemecahannya. Pembimbingan dilakukan dengan teknik *scaffolding* melalui pemberian serangkaian pertanyaan yang mengarah pada penemuan rumus volume balok.

Wahyuni, Putri dan Hartono (2015) mengoptimalkan kemampuan visualisasi spasial siswa kelas VIII SMP dalam menghitung volume kubus dan balok. Penelitian Wahyuni, Putri dan Hartono (2015) masih pada tahap *pilot experiment*. Kemampuan visualisasi spasial

dikembangkan dengan mengamati kemasan berbentuk kubus atau balok, percobaan memasukan rubrik ke dalam kubus atau balok, dan penyelesaian masalah kehidupan nyata. Serangkaian aktifitas matematika berbasis pengalaman tersebut telah membantu meningkatkan pemahaman siswa terkait konsep volume kubus dan balok.

Feriana dan Putri (2016) meneliti kemampuan siswa dalam menghitung volume balok pada siswa kelas V SD. Dengan aktifitas *filling* siswa dapat memahami konsep volume kubus dan balok dan dengan aktifitas *packing* siswa dapat menemukan rumus volume kubus dan balok dan menyimpulkan bahwa volume balok lebih besar dibandingkan volume kubus untuk tinggi balok yang lebih besar dibandingkan tinggi kubus.

Saniyah (2019) juga menggunakan sampel penelitian siswa kelas V SD melalui Penelitian Tindakan Kelas dengan mengajukan masalah kontekstual dibantu penggunaan alat peraga dan media lainnya dalam pembelajaran volume kubus dan balok. Seperti halnya Purwatiningsi (2013) dan Saniyah (2019) yang menggunakan PTK, dalam penelitiannya Nudin (2022) juga menggunakan PTK. Sebagai aktifitas manusia, maka matematika dapat diajarkan dengan alat peraga. Nudin (2022) menggunakan alat peraga model bangun ruang untuk membelajarkan perhitungan volume kubus dan balok pada siswa kelas V SD. Sampel penelitian ini sama dengan yang digunakan Saniyah (2019) dan Feriana dan Putri (2022). Penggunaan model bangun ruang dilakukan sebagai *starting point* (pemicu) sehingga siswa dapat beralih dari taraf berpikir kongkrit menjadi semi kongkrit.

Susilo dkk. (2018) memanfaatkan Pembelajaran Matematika Realistik dalam menghitung volume balok dengan melibatkan tujuh jenis kecerdasan majemuk melalui serangkaian kegiatan matematika. Susilo dkk. (2018) menggunakan sampel penelitian yang sama dengan sampel penelitian Feriana dan Putri (2016), Saniyah (2018) dan Nudin (2022) yaitu siswa kelas V SD. Dalam penelitiannya, Susilo dkk. (2018) menggunakan 6 siswa untuk mendapatkan rancangan disain pembelajaran matematika realistik (tahap/faase *pilot experiment*). Hasil rancangan disain tersebut selanjutnya digunakan untuk pembelajaran di kelas dengan melibatkan 35 siswa kelas V SD (fase *experimental teaching*).

Pada jenjang sekolah yang lebih tinggi, khususnya untuk siswa yang telah mempelajari integral untuk menghitung volume benda putar, riset tentang volume balok dikembangkan untuk menemukan volume benda-benda lainnya. Syahbana (2013) mengembangkan cara untuk menemukan kembali rumus volume prisma segilima, kerucut, bola, kubus, balok dan tabung. Bahkan dalam risetnya diberikan strategi untuk memprediksi volume batu.

Pada penelitian ini dikembangkan cara menghitung salah satu sisi balok (misalnya tinggi balok) dengan aktifitas membuat balok berbahan duplek. Pada percobaan ini volume balok diasumsikan sudah diketahui dan dengan memisalkan tinggi balok adalah x , maka dari balok yang dibuat dapat ditentukan panjang balok adalah $(p - 2x)$ dan lebar balok $(l - 2x)$. Nilai variabel x dapat ditentukan untuk setiap volume balok yang diberikan. Permasalahan ini ternyata mengarah pada pencarian akar-akar persamaan polinom derajat tiga.

Bentuk bangun tiga dimensi memiliki tiga buah ukuran yaitu panjang, lebar dan tinggi. Alas bangun tiga dimensi dapat berupa persegi panjang atau persegi. Pada persegi panjang, ukuran panjang dan lebar berbeda, sedangkan pada persegi, ukuran panjang dan lebar adalah sama dan dinamakan sisi. Dengan demikian, luas persegi panjang adalah panjang x lebar dan luas persegi adalah sisi x sisi.

Bangun tiga dimensi yang memiliki panjang, lebar dan tinggi disebut kubus. Jika ukuran-ukuran panjang, lebar dan tinggi berbeda, bangun tiga dimensi berbentuk balok. Pada riset ini diteliti bangun tiga dimensi yang berupa balok. Volume balok dihitung dengan rumus panjang (p)

kali lebar (l) kali tinggi (t), atau

$$V = p \times l \times t \quad (1)$$

Materi polinom merupakan salah satu materi yang dipelajari dalam mata pelajaran Matematika Peminatan. Hidayah dkk. (2018) menggunakan polinom sebagai objek dalam risetnya yang dilakukan dengan Penelitian Tindakan Kelas (PTK). Dalam risetnya, Hidayah dkk. (2018) menggunakan dua kali siklus pada PTK dengan metode Sepur Selam (sepekan di dalam dan sepekan di luar). Metode Sepur Selam membelajarkan siswa dengan kejadian-kejadian nyata yang diformulasikan menggunakan polinom. Kegiatan yang dilakukan oleh Hidayah dkk. (2018) hampir serupa dengan ujicoba menentukan tinggi balok menggunakan polinom yang dibahas pada artikel ini.

Kegiatan menentukan tinggi balok dengan persamaan matematika berupa polinom merupakan kegiatan mencari akar-akar dari suatu polinom. Misalkan diberikan persamaan polinom derajat 3 yaitu

$$4x^3 - 72x^2 + 320x - 300 = 0. \quad (2)$$

Nilai-nilai x yang memenuhi persamaan (2) dinamakan akar-akar polinom. Pada artikel ini, persamaan polinom (2) merupakan polinom yang terbentuk dari ujicoba pembuatan balok, dengan variabel x menyatakan tinggi balok.

Salah satu metode untuk mencari akar-akar persamaan polinom dibahas oleh Musli (2015). Metode yang digunakan adalah metode pemfaktoran atau pembagian polinom (*polynomial long division*) pada polinom derajat 3 (fungsi kubik) dengan persamaan

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0. \quad (3)$$

Misalkan, salah satu akar dari persamaan polinom (3) adalah $x = r$, maka polinom (3) dapat ditulis menjadi

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = (x - r)(ax^2 + (b + ar)x + (c + b + ar^2)) = 0 \quad (4)$$

Solusi lain dari polinom derajat 3 pada (4) diperoleh dari persamaan kuadrat

$$ax^2 + (b + ar)x + (c + b + ar^2) = 0 \quad (5)$$

yang merupakan persamaan derajat dua. Sebagaimana diketahui, solusi untuk persamaan polinom derajat 2 pada (5) diperoleh dengan rumus abc sehingga diperoleh solusi:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-(b + ar) \pm \sqrt{(b + ar)^2 - 4a(c + b + ar^2)}}{2a} \quad (6) \\ &= \frac{-b - ar \pm \sqrt{b^2 - 4a - 2abr - 3a^2r^2}}{2a} \end{aligned}$$

Menurut Istiqomah (2020), skema Horner dapat digunakan untuk menentukan akar fungsi polynomial, termasuk polinom derajat 3. Misalkan diberikan polinom pada persamaan (2). Polinom pada persamaan (2) dapat ditulis menjadi

$$x^3 - 18x^2 + 80x - 75 = 0. \quad (7)$$

Nilai x akan menjadi akar untuk polinom (7) jika perhitungan dengan skema Horner menghasilkan sisa 0. Pada Gambar 1 diberikan skema Horner untuk $x = 1$. Perhitungan tersebut tidak memberikan hasil akhir 0, tetapi -12 sehingga $x = 1$ bukan akar dari polinom (2) atau (7).

1	1	-18	80	-75
		1	-17	63
	*			
	1	-17	63	-12

Gambar 1. Skema Horner untuk $x = 1$ pada polinom $x^3 - 18x^2 + 80x - 75 = 0$.

Solusi untuk persamaan (2) atau (7) salah satunya adalah $x = 5$. Jika dibuat skema Horner maka dihasilkan sisa 0. Penelitian ini dilakukan untuk membangun polinom derajat 3 pada persamaan (2) dan menentukan solusinya dengan metode Horner. Persamaan polinom derajat 3 dibangun dengan aktifitas memotong duplek dan membentuk kotak atau balok dengan volume 300 cm^3 . Untuk memastikan bahwa volume balok yang dibuat adalah 300 cm^3 , maka dilakukan percobaan dengan menuangkan air dengan volume yang sama ke dalam balok tersebut.

Aktifitas membentuk balok dilakukan dengan memisalkan panjang balok adalah $(p - 2x)$, lebar balok dimisalkan $(l - 2x)$ dan tinggi balok dimisalkan x . Dengan demikian volume balok akan membentuk suatu persamaan polinom. Tinggi balok akan menjadi solusi dari persamaan polinom (2) yang dibuat dari aktifitas membentuk balok dengan duplek. Tujuan penelitian ini adalah:

1. menentukan tinggi balok x , apabila diketahui volume balok = 300 cm^3 , $p = 20 \text{ cm}$ dan $l = 16 \text{ cm}$.
2. menentukan volume balok melalui ujicoba menggunakan air.

Berdasarkan latar belakang dan tujuan penelitian, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Berapakah tinggi balok (x) jika diketahui volume balok adalah 300 cm^3 , panjang balok adalah $p = 20 \text{ cm}$ dan lebar balok adalah $l = 16 \text{ cm}$?
2. Berapakah volume air yang ditampung oleh balok yang dibuat dari duplek?

METODE PENELITIAN

Alat dan Bahan

Dalam penelitian ini, dibuat suatu benda tiga dimensi berbentuk balok. Balok tersebut dibuat dari duplek yang dilekatkan dengan solasi coklat dan solasi bening. Dengan demikian, bahan yang digunakan untuk membuat balok tersebut adalah duplek, solasi coklat, solasi bening dan air yang digunakan pada saat percobaan volume balok yang dibuat. Sedangkan alat-alat yang digunakan untuk membuat balok adalah gunting, *cutter*, penggaris, pensil, pulpen dan gelas takar.

Langkah Kerja

Sebelum membuat balok, terlebih dahulu dibuat sketsa balok di atas duplek. Sketsa tersebut dibuat pada duplek yang berukuran panjang 20 cm dan lebar 16 cm . Langkah kerja dalam penelitian ini adalah

1. Siapkan alat dan bahan yang diperlukan untuk membuat balok duplek, yaitu duplek, solasi coklat, solasi bening, gunting, *cutter*, penggaris, pensil, pulpen dan gelas takar.
2. Gunakan penggaris untuk membuat sketsa di atas duplek yang berbentuk persegi panjang.
3. Beri tanda pada keempat ujung persegi panjang.

4. Iris bagian yang diberi tanda pada keempat ujungnya dengan *cutter* atau gunting.
5. Tempel permukaan duplek dengan solasi warna coklat. Bagian dalam cukup 1 lapis.
6. Temukan hasil guntingkan tersebut dan rekatkan dengan solasi warna coklat pada keempat ujungnya.
7. Lapsi setiap rusuk balok dengan solasi bening agar lebih kuat.
8. Balok yang telah dibuat kemudian diisi air. Volume air yang tertampung diukur dengan gelas takar.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian Hasil Penelitian dijelaskan tentang tahap formulasi persamaan polinom melalui aktifitas membuat balok dari duplek dan menentukan persamaan polinom dari bentuk duplek tersebut. Tahap berikutnya adalah menentukan solusi tinggi duplek dengan berdasarkan persamaan polinom yang diperoleh. Penentuan solusi polinom dibantu dengan metode Horner. Tahap ketiga adalah membuat balok setelah semua ukuran diketahui. Tahap terakhir adalah ujicoba untuk memastikan bahwa volume balok tepat 300 cm^3 .

1. Tahap Formulasi

Tahap formulasi adalah tahap membuat persamaan polinom untuk volume balok yang dibuat dari duplek. Diketahui, volume balok 300 cm^3 dengan tinggi balok dinyatakan oleh x , panjang balok dinyatakan oleh $(p-2x)$, dan lebar balok dinyatakan oleh $(l-2x)$. Berdasarkan persamaan (1), volume balok adalah

$$V = (p - 2x) \cdot (l - 2x) \cdot x \quad (8)$$

Diketahui $p = 20$ dan $l = 16$, maka persamaan (8) menjadi

$$\begin{aligned} V &= (20 - 2x) \cdot (16 - 2x) \cdot x \\ &= (320 - 32x - 40x + 4x^2) x \\ &= 320x - 72x^2 + 4x^3 \end{aligned} \quad (9)$$

Diketahui, volume balok $V = 300$ sehingga persamaan (9) menjadi

$$320x - 72x^2 + 4x^3 = 300 \quad (10)$$

Persamaan (10) adalah persamaan (2). Selanjutnya dicari akar-akar persamaan (10) atau nilai-nilai x yang memenuhi persamaan (10).

2. Tahap Penentuan Solusi

Nilai-nilai x yang memenuhi persamaan (10) menyatakan tinggi balok. Pada tahap ini dicari tinggi balok dengan menyelesaikan persamaan polinom (10) yang sudah dibuat pada tahap formulasi. Selanjutnya, persamaan (10) dibuat menjadi persamaan (1) sebagai berikut

$$320x - 72x^2 + 4x^3 - 300 = 0. \quad (11)$$

Polinom pada persamaan (11) dapat ditulis menjadi persamaan (12) dengan membagi kedua ruas oleh 4. Hasilnya adalah

$$x - 18x^2 + 80x^3 - 75 = 0. \quad (12)$$

Untuk menentukan nilai x pada persamaan (12) dicari akar-akar dari konstanta 75. Akar-akar 75

adalah 1 dan 75, 3 dan 25, serta 5 dan 15. Jadi, nilai-nilai x yang mungkin adalah: 1, 3, 5, 75, 25, dan 15. Dengan cara melakukan ujicoba satu-persatu menggunakan skema Horner diperoleh nilai x yang memenuhi yaitu $x=5$ (Gambar 3). Dengan demikian, tinggi balok adalah 5 cm. Artinya, tujuan pertama yaitu menentukan tinggi balok sudah dapat dicapai.

Ujicoba $x=3$

3	1	-18	80	-75
		3	-45	105
	*			
	1	-15	35	30

Gambar 2. Skema Horner untuk $x=3$ pada polinom $x^3 - 18x^2 + 80x - 75 = 0$.

Ujicoba $x=5$

5	1	-18	80	-75
		5	-65	75
	*			
	1	-13	15	0

Gambar 3. Skema Horner untuk $x=5$ pada polinom $x^3 - 18x^2 + 80x - 75 = 0$.

Pada Gambar 1 sampai dengan Gambar 3, skema Horner yang memberikan hasil akhir 0 adalah Gambar 3. Jadi, $x=5$ adalah akar dari polinom $x^3 - 18x^2 + 80x - 75 = 0$ dan karena $x^3 - 18x^2 + 80x - 75 = 0$ identik dengan $4x^3 - 72x^2 + 320x - 300 = 0$, maka $x=5$ adalah juga akar dari polinom dari $4x^3 - 72x^2 + 320x - 300 = 0$ Selanjutnya, karena telah diperoleh tinggi balok $x=5$, maka dapat dihitung panjang dan lebar balok yaitu

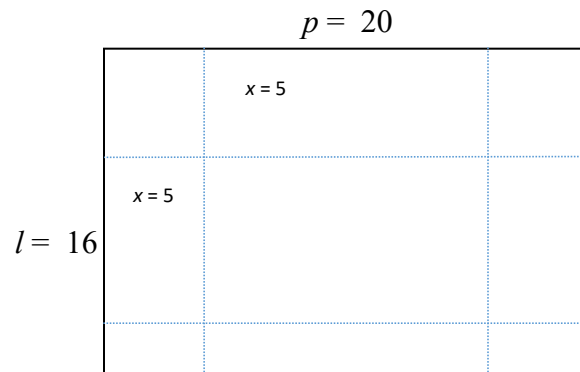
$$\text{panjang balok} = p - 2x = 20 - 10 = 10 \text{ cm}$$

$$\text{lebar balok} = l - 2x = 16 - 10 = 6 \text{ cm}$$

3. Tahap Pembuatan Balok

Pada bagian ini dijelaskan cara dan urutan membuat balok dari duplek, yaitu

1. Siapkan alat dan bahan yang diperlukan
2. Gunakan penggaris untuk membuat sketsa di atas duplek berukuran panjang 20 cm dan lebar 16 cm. Sketsa dibuat menggunakan pensil dan ditebalkan dengan pulpen (Gambar 4)
3. Beri tanda 5 cm pada keempat ujung persegi panjang (lihat Gambar 4)
4. Iris bagian yang bertanda 5 cm pada keempat ujungnya dengan *cutter* atau gunting.
5. Tempel seluruh permukaan duplek dengan solasi warna coklat. Bagian dalam cukup ditempel 1 lapis.
6. Temukan hasil guntingan tersebut dan rekatkan dengan solasi warna coklat pada keempat ujungnya.
7. Lapsi setiap rusuk balok dengan solasi bening agar lebih kuat.



Gambar 4. Sketsa Balok pada Duplek $20 \times 16 \text{ cm}^2$

4. Tahap Uji Coba

Tahap ujicoba adalah tahap untuk memastikan bahwa volume balok yang dibuat sebesar 300 cm^3 . Pertama, siapkan gelas takar. Kedua, isi gelas takar dengan air sejumlah 300 cm^3 . Kemudian, tuangkan secara perlahan air dalam gelas takar pada balok yang telah dibuat.

Ternyata seluruh air pada gelas takar mengisi tepat semua bagian balok. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa volume balok sama dengan isi gelas takar. Artinya, volume balok adalah 300 cm^3 . Tahap ujicoba ini membuktikan bahwa tujuan penelitian kedua dapat dicapai.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan dengan polinom, diperoleh tinggi balok adalah $x = 5 \text{ cm}$, panjang balok adalah $p - 2x = 20 - (2 \times 5) = 20 - 10 = 10 \text{ cm}$, dan lebar balok adalah $l - 2x = 16 - (2 \times 5) = 16 - 10 = 6 \text{ cm}$. Berdasarkan rumus volume balok pada persamaan (1), maka volume balok adalah $V = p \times l \times t = 10 \times 6 \times 5 = 300$.

Dari ujicoba yang dilakukan, diperoleh volume air yang dituangkan pada balok adalah 300 cm^3 . Hasil ujicoba ini sama dengan hasil perhitungan dengan polinom.

DAFTAR REFERENSI

- Hidayah, N. I., Riski, V. D., & Kumalasari, L. (2018). Meningkatkan Hasil Belajar Polinomial Melalui Metode *Outdoor* dan *Indoor* Bersistem Sepur Selam. *Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika*, 5(3): 230-239.
- Rusli, A. M. (2015). Beberapa Metode dalam Menentukan Solusi dari Suatu Fungsi Kubik. *Jurnal Saintek*, 1(1), 1-8.
- Istiqomah. (2020). *Modul Pelajaran SMA Matematika Peminatan*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Gravemeijer, K., Rainero, R., dan Vonk, H. (1994). *Developing Realistics Mathematics Education*. New York: Continuum.
- Nudin. (2022). Peningkatan Hasil Belajar Matematika Menghitung Volume Kubus dan Balok Melalui Penggunaan Alat Peraga (Model Bangun Ruang) pada Siswa Kelas V SDN Pondok Benda 01. *Jurnal Investigasi*, 3(2): 208-219.

- Purwatiningsi. (2013). Penerapan Metode Penemuan Terbimbing untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa pada Materi Luas Permukaan dan Volume Balok. *Jurnal Elektronik Pendidikan Matematika Tadulako*, 1(1): 53-63.
- Feriana, O. dan Putri, R.I.I. (2016). Desain Pembelajaran Volume Kubus dan Balok Menggunakan *Filling* dan *Packing* di Kelas V. *Jurnal Kependidikan*, 46(2): 149-163.
- Saniyah. (2019). Peningkatan Hasil Belajar Matematika Pokok Bahasan Volume Kubus dan Balok Melalui Pendekatan Kontekstual bagi Siswa Kelas V di SD Inpres 33 Kabupaten Sorong. *Jurnal Pendidikan*, 7(2): 29-35.
- Susilo, T.A.B., Reza, M.D., Fachrudin, A.D., Widadah, S., Kohar, A.W. (2018). Pembelajaran Matematika Realistik yang Melibatkan Kecerdasan Majemuk pada Materi Volume Bangun dan Luas Permukaan untuk Sekolah Dasar. *Jurnal Edukasi*, 4(2): 99-122.
- Syahbana, A. (2013). Alternatif Pemahaman Konsep Umum Volume Suatu Bangun Ruang. *Edumatica*, 3(2): 1-7.
- Wahyuni, R., Putri, R.I.I., dan Hartono, Y. (2015). Volume Kubus dan Balok Melibatkan Kemampuan Visualisasi Spasial di Kelas VIII. *Jurnal Elemen*, 1(2): 119-129.